Flexibel lernen Mehr wissen

Binomische Formeln

Die binomischen Formeln stellen einen wichtigen Sonderfall der Multiplikation von 2 Summen dar.

<u>Die binomischen Formeln:</u>

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Vorteil der binomischen Formeln sind, dass eine Summe eines Quadrates berechnet werden kann, ohne dass man erneut ausmultiplizieren muss.
Die Variablen a und b sind durch Summanden zu ersetzen.

Beispiele:

$a^2 + 6ab + 9b^2 = (a+3b)^2$

$49a^2 - 28a + 4 = (7a - 2)^2$

$a^2 - 16 = (a + 4)(a - 4)$

$81a^2 - 64b^2 = (9a - 8b)(9a + 8b)$

Man kann sein Ergebnis kontrollieren, indem man wieder ausmultipliziert, dann müsste sich sie Anfangsform wieder ergeben.

Terme wie $(a + b)^3$ lassen sich schrittweise berechnen.

$$
\begin{aligned}
(a + b)^3 &= (a + b)^2 \cdot (a + b) \\
&= (a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a + b) \\
&= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3 \\
&= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3
\end{aligned}
$$

<u>Höhere Potenzen von Binomen:</u>

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$